

2403000502043001
EXAMINATION SEPTEMBER 2024 (ATKT EXAM)
BACHELOR OF SCIENCE (NCP-NEP) SEM-2
MDC-MATRICES AND DETERMINANTS

[Time: As Per Schedule]

[Max. Marks: 50]

Instructions:

1. Fill up strictly the following details on your answer book
 - a. Name of the Examination: **BACHELOR OF SCIENCE (NCF-NEP) (SECOND SEMESTER)**
 - b. Name of the Subject: **MDC- MATRICES AND DETERMINANTS**
 - c. Subject Code No: **2403000502043001**
2. Sketch neat and labelled diagram wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks of the question.
4. All questions are compulsory.

Seat No:

--	--	--	--	--	--

Student's Signature

English Version

[Max. Marks: 50]

Q.1 Answer the following (Any ten)

10

1. Define Square matrix with illustration.
2. Show that Diagonal elements of a Skew-Symmetric matrix are Zeros.
3. Find the minor of element 18 in the determinant $A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & -6 \\ 10 & 11 & 18 \end{vmatrix}$
4. Define Eigen vector.
5. Obtain the value of the determinant $A = \begin{vmatrix} 3 + \sqrt{2} & 4 - \sqrt{7} \\ 4 + \sqrt{7} & 3 - \sqrt{2} \end{vmatrix}$
6. Define Orthogonal matrix with illustration.
7. Define Singular matrix.
8. Obtain Characteristic Equation for the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{bmatrix}$
9. If A is a Skew –Hermitian matrix then show that $A^\theta = -A$

10. If A is a symmetric matrix then show that for any matrix B the matrix $B^T AB$ is a symmetric matrix.

11. Define Column matrix with illustration.

12. Find the Determinant by operating $R_2 \rightarrow R_2 + R_3$ and $R_2 \rightarrow R_2 - 3R_1$ Respectively on

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & -3 \\ 8 & 4 & 0 \\ -9 & 5 & 7 \end{bmatrix}$$

Q.2 Answer The Following (Any two)

10

1. In matrix $A = \begin{bmatrix} 1 - 2i & 2 + 3i & 3 - 4i \\ 4 + 5i & 5 - 6i & 6 + 7i \\ 8 - i & 3i & -5 \end{bmatrix}$ and matrix $B =$

$$\begin{bmatrix} 2 + 2i & 6 & -3i \\ 4 - 8i & 3 - 3i & 7 - 9i \\ 2 + 3i & -8i & 5 - 3i \end{bmatrix}$$
 Then show that

i) $(A + B)^T = A^T + B^T$ ii) $(A + B)^\theta = A^\theta + B^\theta$

2. If matrix $A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 3 \\ 1 & -3 & -3 \\ -1 & 4 & 4 \end{bmatrix}$ Then find the value of $A^2 - 4A + 2I$.

3. If matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 9 & 3 & 5 \end{bmatrix}$ and matrix $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ then find matrix AB and matrix BA.

Q.3 Answer the Following (Any two):

10

1. Prove that $\begin{vmatrix} a^2 & b^2 & c^2 \\ a & b & c \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -(a - b)(b - c)(c - a)$.

2. Obtain the solution of $\begin{bmatrix} x & 5 & 9 \\ 16 & 3x + 8 & 36 \\ 3 & 1 & 7 \end{bmatrix} = 0$.

3. Find the inverse of given matrix using adjoint of the matrix

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Q.4 Answer the Following (Any two)

10

1. Solve the Following system of equations using martin's Rule.

$$\begin{aligned} x + y + 4z &= 6 \\ 3x + 2y - 2z &= 9 \\ 5x + y + 2z &= 13 \end{aligned}$$

2. If A is any Square Matrix then Show that.
- i) $A + A^T$ is a Symmetric matrix.
- ii) $A - A^T$ is a Skew –Symmetric matrix.
3. Solve the following system of equation using Cramer's rule.

$$\begin{aligned}x + y + z &= 6 \\x - y + z &= 2 \\2x - y + 3z &= 9\end{aligned}$$

Q.5 Answer the following (Any two)

10

1. Find eigen values and corresponding eigen vectors of the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$.
2. Find eigen values of the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 6 & -6 & 4 \end{bmatrix}$ and also find eigen vector corresponding to smallest eigen values.
3. Find Inverse of the matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ using Cayley – Hamilton theorem.

Gujarati Version

[Max. Marks: 50]

Q.1 નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ લખો. (કોઈ પણ દસ)

10

1. ચોરસ શ્રેણિકની વ્યાખ્યા ઉદાહરણ સહિત આપો.
2. દર્શાવો કે વિસંમિત શ્રેણિકના વિકર્ણી ઘટકો શૂન્ય થાય.
3. નિશ્ચાયક $A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & -6 \\ 10 & 11 & 18 \end{vmatrix}$ માં 18 નો સહઅવયવ શોધો.
4. વ્યાખ્યા આપો: લાક્ષણિક સદિશ.
5. નિશ્ચાયક $A = \begin{vmatrix} 3 + \sqrt{2} & 4 - \sqrt{7} \\ 4 + \sqrt{7} & 3 - \sqrt{2} \end{vmatrix}$ નું મૂલ્ય શોધો.
6. લંબ શ્રેણિકની વ્યાખ્યા ઉદાહરણ સહિત આપો.
7. અસામાન્ય શ્રેણિકની વ્યાખ્યા આપો.
8. શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{bmatrix}$ માટે લાક્ષણિક સમીકરણ મેળવો.
9. જો શ્રેણિક A પ્રતિહર્મિટીયન હોય તો દર્શાવો કે $A^{\theta} = -A$

10. જો A સંમિત શ્રેણિક હોય તો દર્શાવો કે કોઇપણ શ્રેણિક B માટે $B^T AB$ સંમિત શ્રેણિક થાય.
11. સ્તંભ શ્રેણિકની વ્યાખ્યા ઉદાહરણ સહિત આપો.
12. નિશ્ચાયક $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & -3 \\ 8 & 4 & 0 \\ -9 & 5 & 7 \end{bmatrix}$ પર અનુક્રમે R_{23} અને $R_2(-3)$ કરતાં મળતો નિશ્ચાયક લખો.

Q.2 નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ લખો. (કોઇ પણ બે)

10

1. જો શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 1-2i & 2+3i & 3-4i \\ 4+5i & 5-6i & 6+7i \\ 8-i & 3i & -5 \end{bmatrix}$ અને શ્રેણિક

$$B = \begin{bmatrix} 2+2i & 6 & -3i \\ 4-8i & 3-3i & 7-9i \\ 2+3i & -8i & 5-3i \end{bmatrix}$$
 હોય તો દર્શાવો કે.

i) $(A+B)^T = A^T + B^T$ ii) $(A+B)^\theta = A^\theta + B^\theta$

2. જો શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 3 \\ 1 & -3 & -3 \\ -1 & 4 & 4 \end{bmatrix}$ હોય તો $A^2 - 4A + 2I$ ની કિંમત શોધો.

3. જો શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 9 & 3 & 5 \end{bmatrix}$ અને શ્રેણિક $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ હોય તો શ્રેણિક AB અને શ્રેણિક BA શોધો.

Q.3 નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ લખો. (કોઇ પણ બે)

10

1. સાબિત કરો કે $\begin{vmatrix} a^2 & b^2 & c^2 \\ a & b & c \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -(a-b)(b-c)(c-a)$.

2. $\begin{bmatrix} x & 5 & 9 \\ 16 & 3x+8 & 36 \\ 3 & 1 & 7 \end{bmatrix} = 0$ નો ઉકેલગણ શોધો.

3. $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ નો વ્યસ્ત શ્રેણિક સહઅવયવજ શ્રેણિકની મદદથી મેળવો.

Q.4 નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ લખો. (કોઇ પણ બે)

10

1. નીચે આપેલ સમીકરણ સંહતિનો ઉકેલ માર્ટિનના નિયમથી મેળવો.

$$\begin{aligned}x + y + 4z &= 6 \\3x + 2y - 2z &= 9 \\5x + y + 2z &= 13\end{aligned}$$

2. કોઇપણ ચોરસ શ્રેણિક A માટે દર્શાવો કે

- i) $A + A^T$ સંમિત શ્રેણિક થાય.
ii) $A - A^T$ વિસંમિત શ્રેણિક થાય.

3. નીચે આપેલ સમીકરણ સંહતિનો ઉકેલ ક્રેમરના નિયમથી મેળવો.

$$\begin{aligned}x + y + z &= 6 \\x - y + z &= 2 \\2x - y + 3z &= 9\end{aligned}$$

Q.5 નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ લખો. (કોઇ પણ બે)

10

1. શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$ ના આત્મમૂલ્યો અને તેને સંગત આત્મસદિશો શોધો.

2. શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 6 & -6 & 4 \end{bmatrix}$ ના આત્મમૂલ્યો શોધો અને સૌથી નાના આત્મમૂલ્યને સંગત આત્મસદિશ મેળવો.

3. શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ નો વ્યસ્ત શ્રેણિક કેવી હેમિલ્ટન પ્રમેયની મદદથી શોધો.

*****END*****